

Nachweis einer Grundwasserabsenkung – gespannte Oberfläche

Das im Anschluss an das im Text "Nachweis einer Grundwasserabsenkung" behandelte Beispiel einer Absenkung bei gespannter Oberfläche ist wesentlich knapper dargestellt¹. Baugrube und Brunnenanordnung bleiben gleich, die Absenktiefen werden vergrößert. Auch die Lage der Nachweispunkte B und P1 bleibt gleich.

Solche Beispiele sind für mich aus dem einfachen Grund wichtig, weil sich daran überprüfen lässt, inwieweit die Ergebnisse mit ProAqua übereinstimmen und wie sich eventuelle Abweichungen [erklären lassen](#).

Oberfläche		gespannt
Tiefe Stauer	T	7,50 m
k-Wert	k	0,00005 m/s
Mächtigkeit der wasserführenden Schicht	m	2,0 m/s
Absenktiefe	s	3 m / 4 m
Baugrube (rechteckig)		60 m x 40 m
Abstand Brunnen-Grube		0 m
Eintauchtiefe der Brunnen	H	7,5 m
Brunnendurchmesser	d	0,60 m

In einer Vorüberlegung (die mit ProAqua nicht nachvollzogen werden kann) wird die erforderliche Entspannung mit $s_{e \max} = 2,77$ m ermittelt. Mit diesem Wert wird die Anlage dimensioniert. Die Ergebnisse werden (zusammen mit den benutzten Formeln) mitgeteilt:

		Beispiel	ProAqua
Reichweite	R	58,76 m	58,76 m
Ersatzradius für B	A_{Re}	28,30 m	28,30 m
$h = H - s_{e \max}$	m	4,73 m	4,73 m
Wasserandrang	$Q_{\max B}$	0,0021 m ³ /s	0,002112 m ³ /s
Erforderliche Brunnenleistung	q_{Br}	0,00026 m ³ /s	0,000264 m ³ /s
Lokale Absenkung (mit $b = 10$ m berechnet)	s_{EB}	2,21 m	2,2096 m
Benetzte Filterfläche	$h' = h - s_{EB}$	2,52 m > 2 m	2,5206 m > 2 m
Leistungsvermögen der Brunnen ($h' = 2$ m)	$q_{mögl}$	0,0018 m ³ /s	0,001777 m ³ /s

¹ S. Stelzig, Wasserhaltung. In: Handbuch Geotechnik. Grundlagen – Anwendungen – Praxiserfahrungen, in: Conrad Boley (Hrsg.), Springer Vieweg (eBook) 2019), 261-327. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-8348-8272-1>

Hinweis: Da $\ln(R/A_{Re}) \approx 0,73 < 1$ ist, wird die sogenannte Weyrauch-Näherung zur Berechnung von Q benutzt – so empfehlen es Herth/Arndts und so verfährt auch ProAqua. Näheres zu diesem Thema finden Sie in dem Text "Die Weyrauch-Näherung". Wie man sieht, stimmen die Ergebnisse überein.

Zu Unterschieden kommt es dann beim „Nachweis der Entspannung zu einem beliebigen Punkt“ (S. 295). Wie im Beispiel für den freien Spiegel wird der Punkt P1(40 | 25) gewählt; mitgeteilt wird; $y_P = 4,36 \text{ m} \Rightarrow s_P = H - y_P = 3,14 \text{ m}$.

Dimensionierungspunkt	
x-Koordinate	40,00
y-Koordinate	25,00
Beschriftung	P1
Ersatzradius	25,37
Wasserandrang Q	0,001938 m³/s
Absenkziel	2,77
Absenkung	2,82

ProAqua ermittelt $s_P = 2,82 \text{ m}$ – ein gravierender Unterschied! Ein Fehler? Eine genauere Analyse ergab (lesen Sie bitte noch einmal den [zweiten Absatz](#) oben) Folgendes.

Analyse der Unterschiede

Für die Berechnung der Absenkung mit der Mehrbrunnenformel kann man zwei verschiedene Randbedingungen benutzen:

1. $x_1 = x_P$, y_1 ist gesucht, $x_2 = A_{Re}$, $y_2 = H - s = h$
2. $x_1 = x_P$, y_1 ist gesucht, $x_2 = R$, $y_2 = H$

Für die Absenkung s_P ergibt sich damit jeweils:

$$s_{P,1} = s - \frac{Q}{2\pi \cdot k \cdot m} \cdot \ln\left(\frac{x_P}{A_{Re}}\right)$$

$$s_{P,2} = \frac{Q}{2\pi \cdot k \cdot m} \cdot \ln\left(\frac{R}{x_P}\right)$$

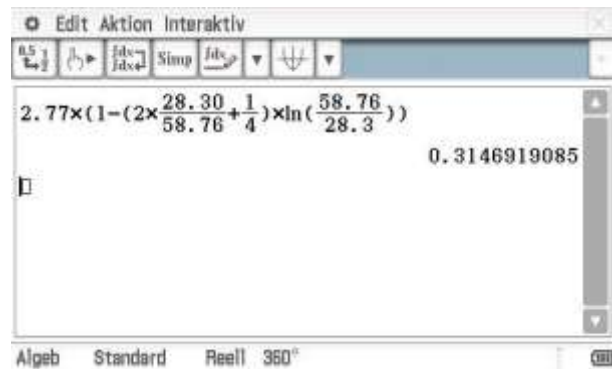
ProAqua benutzt seit längerem für den gespannten Leiter die Randbedingungen nach 2. weil dann eine Rechenoperation weniger ausgeführt werden muss; Stelzig benutzt (wie auch Herth/Arndts) die Randbedingungen nach 1.

Wie man leicht nachrechnet gilt $s_{P,1} = s_{P,2} -$ wenn man für Q die Formel nach Dupuit/Thiem einsetzt. Wird Q allerdings nach Weyrauch berechnet, so ergibt sich die Differenz zu:

$$s_{P,1} - s_{P,2} = s \cdot \left(1 - \left(2 \cdot \frac{A_{Re}}{R} + \frac{1}{4} \right) \cdot \ln \left(\frac{R}{A_{Re}} \right) \right),$$

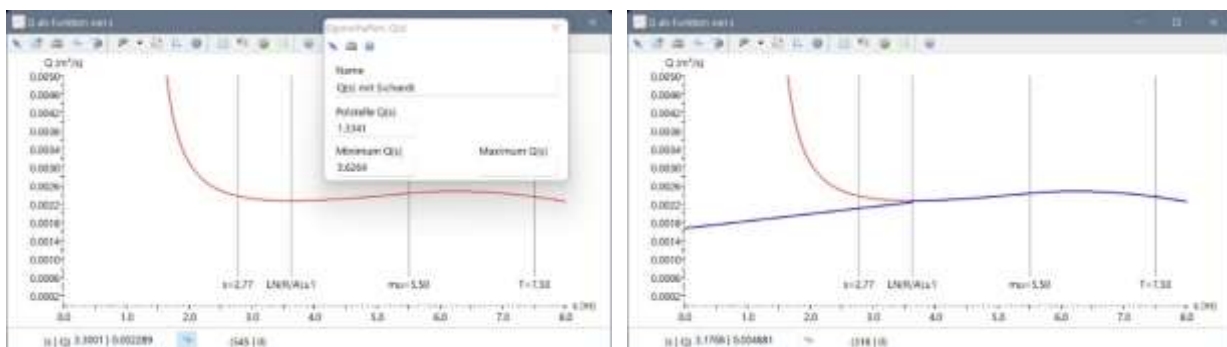
denn $\ln(R/A_{Re})$ kann nicht mehr gekürzt werden.

Setzt man die Werte entsprechend ein, so erhält man für die Differenz $s_{P,1} - s_{P,2} = 3,14 \text{ m} - 2,82 \text{ m} = 0,32 \text{ m}$. Damit ist die Ursache für den Unterschied und seine Größe gefunden.



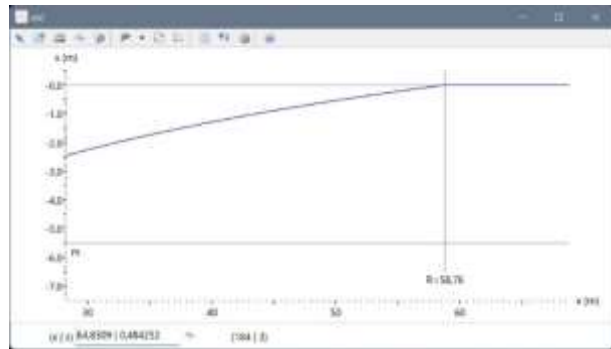
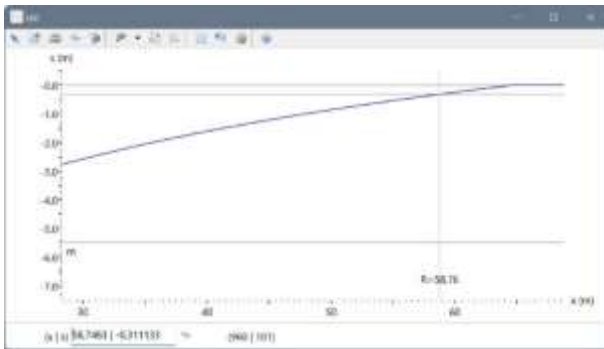
Und welcher Wert ist jetzt richtig?

Mit GwR kann man den Graphen der Funktion $s \rightarrow Q(s)$ darstellen (linkes Bild). Es gibt ein Minimum, das sich, wie man zeigen kann, an der Stelle mit $\ln(R/A_{Re}) = 1$ befindet: links davon steigt der Graph gegen unendlich, für $s < 1,33 \text{ m}$ werden die Werte negativ. Näheres zu diesem Verlauf finden Sie im Text "Anomalien von Q in Abhängigkeit von s". Was bewirkt die "Weyrauch-Näherung" (2. Bild)?



Die Weyrauch-Näherung wird nur für $\ln(R/A_{Re}) < 1$ benutzt; der Weyrauch-Graph verläuft zwar linear fallend, ergibt aber für $s = 0$ einen positiven Wasserandrang – was natürlich eklatant falsch ist.

Stellt man den Verlauf von $x \rightarrow s(x)$ mit Q nach Weyrauch graphisch dar, so sieht man, dass bei Benutzen der 1. Randbedingung in R die Absenkung noch nicht 0 ist.

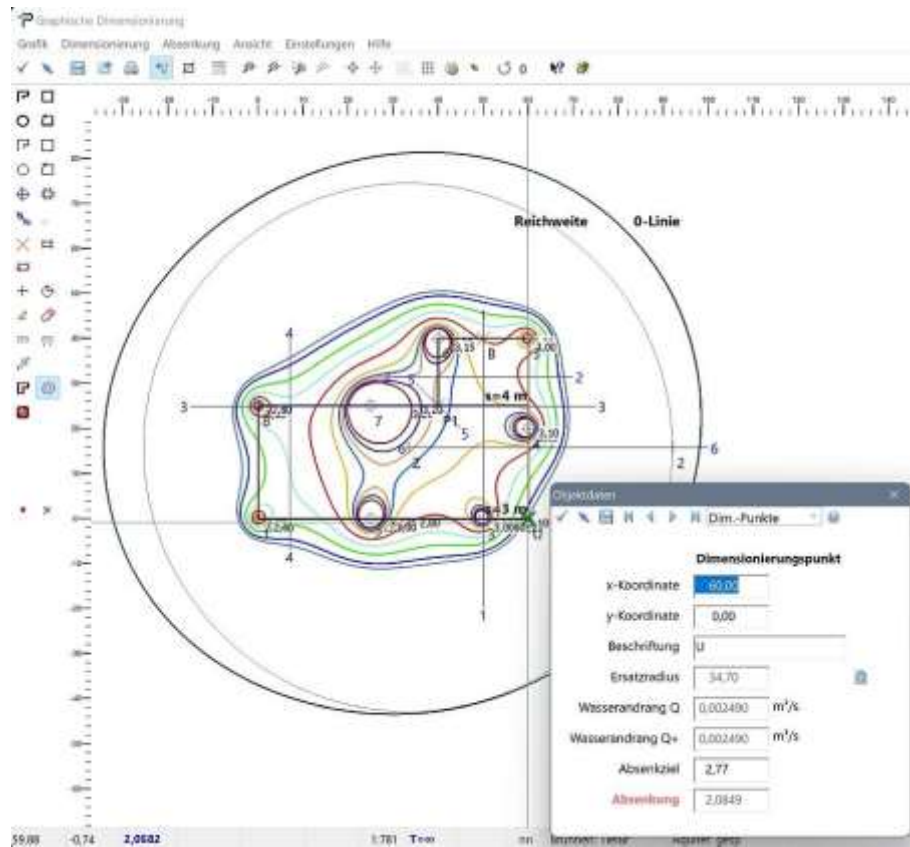


Geht man zur 2. Randbedingung über (2. Bild), ist zwar $s(R) = 0$, aber dafür ist $s(A_{Re}) \neq s$. Und was ist nun richtig? Keiner der beiden Werte ist "richtig". Wenn Q nach der Weyrauch-Formel bestimmt wird, können Sie zwischen einem der beiden Fehler wählen: Entweder ist $s(R)$ falsch oder $s(A_{Re})$ ist falsch und infolge dessen sind auch alle Werte s_P verschieden. Durch die Berechnung des Wasserandrangs nach Weyrauch wird das Gefüge der Gleichungen gestört und man erhält bestenfalls näherungsweise richtige Ergebnisse.

In einer früheren Fassung hieß es: "Letztlich ist die von s abhängige Reichweitenformel nach Sichardt die Ursache der Fehler. ..." Aber das ist falsch; der Fehler ist von der Reichweitenformel unabhängig und allein der Abweichung von der Wassermenge nach Dupuit/Thiem geschuldet.

Weitere Probleme

Wie im [Beispiel zum freien Leiter](#) gezeigt, ist B nicht der ungünstigste Punkt und deshalb wird das Absenkziel zum Teil deutlich (um fast 70 cm) verfehlt. Weil dieser Nachweis völlig analog verläuft, wird das nicht weiter ausgeführt.



Geschichte:

v1.0 12.05.22
v1.1 29.12.22
v1.1.1 04.01.23